EXERCICE N°1 : 4 points 15 '

1°) Soit θ un réel de l'intervalle $]0;\pi[$.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2+2\cos\theta z+1=0$.

b) Écrire les nombres complexes $z_1=-\cos\theta-i\sin\theta$ et $z_2=-\cos\theta+i\sin\theta$ sous forme exponentielle.

2°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_A=e^{i(\pi-\theta)}$ et $z_B=e^{i(\pi+\theta)}$.

a) Montrer que l'affixe du point I milieu de $[AB]$ est réel.

b) Montrer que le triangle OAB est isocèle.

c) Pour quelles valeurs de θ, le triangle OAB est rectangle en O.

d) Déterminer l'ensemble des points M du plan complexe d'affixes z vérifiant :

$$|z+\cos\theta-i\sin\theta|=|z+\cos\theta+i\sin\theta|.$$

EXERCICE N°2 : 5 points 20 '

1°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(1+i)z+i=0$

2°) θ étant un réel de l'intervalle $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, on considère l'équation dans $\mathbb{C}$: $(E_\theta): z^2-2e^{i\theta}\cos\theta\, z+e^{2i\theta}=0$.

a) Vérifier que 1 est une solution de (E_θ).

b) En déduire l'autre solution de (E_θ).

3°) Le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ on désigne par A et B les points d'affixes respectives 1 et $e^{2i\theta}$.

a) Déterminer l'ensemble des points B quand θ varie dans l'intervalle $\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

b) Déterminer l'affixe du point C tel que $OACB$ soit un losange.

c) Déterminer le réel θ pour que la mesure de l'aire du losange $OACB$ soit égale à $\frac{1}{2}$.

EXERCICE N°3 : 6 points 25 '

On considère dans $\mathbb{C}$ l'équation : $(E): z^3-2(\sqrt{3}+i)z^2+4(1+i\sqrt{3})z-8i=0$.

1°) a) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

c) Donner la forme exponentielle de chacune des solutions de (E).

d) En déduire les solutions : $z^6-2(\sqrt{3}+i)z^4+4(1+i\sqrt{3})z^2-8i=0$.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com